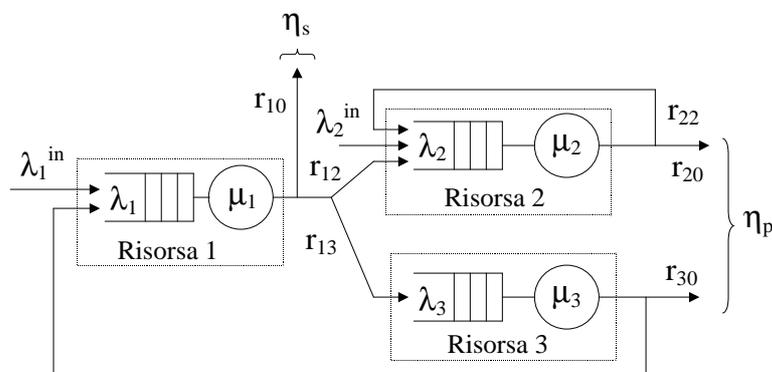


Modelli Stocastici

Esercitazione 8

7 dicembre 2018

Esercizio 1. Un processo produttivo può essere schematizzato dalla rete di code markoviane in figura. Il flusso verso l'esterno all'uscita dalla risorsa 1 (tasso di uscita η_s) corrisponde a pezzi che vengono scartati perchè difettosi, mentre i flussi in uscita dalle risorse 2 e 3 (tasso complessivo di uscita η_p) corrispondono alla produzione di pezzi correttamente lavorati. Ogni risorsa è del tipo M/M/1. Sono dati i seguenti valori numerici: $\lambda_1^{in} = 2 \text{ s}^{-1}$, $\lambda_2^{in} = 1 \text{ s}^{-1}$, $\mu_1 = 3 \text{ s}^{-1}$, $\mu_2 = 4 \text{ s}^{-1}$, $\mu_3 = 2 \text{ s}^{-1}$, $r_{12} = 0.4$, $r_{13} = 0.5$, $r_{22} = 0.2$, $r_{31} = 0.2$.



- Determinare i valori dei coefficienti di instradamento verso l'esterno r_{10} , r_{20} e r_{30} .
- Determinare i tassi di ingresso alle risorse λ_i , $i = 1, 2, 3$.
- Determinare l'intensità del traffico ρ_i nelle tre risorse e discutere l'ergodicità della rete.
- Determinare il numero medio di parti nelle tre risorse e nella rete a regime.
- Determinare il tempo medio di attraversamento della rete a regime.
- Determinare il tempo medio di attraversamento di un pezzo che arriva alla risorsa 2 dall'esterno a regime.
- Determinare il tasso complessivo di pezzi lavorati correttamente η_p e il tasso di pezzi scartati η_s a regime. Si confronti il tasso totale in uscita dalla rete con il tasso totale in ingresso.
- Determinare la probabilità che la risorsa 1 e la risorsa 2 siano contemporaneamente in lavorazione a regime.
- Determinare la probabilità che vi sia un solo pezzo nella rete a regime.
- Si supponga che il gestore del sistema abbia la possibilità di sostituire il servente di una sola delle tre risorse con un nuovo servente con tasso $\mu = 5 \text{ sec}^{-1}$. Si discuta (motivando la risposta) quale servente sia meglio sostituire al fine di: (a) ridurre il numero medio di pezzi nella rete a regime; (b) ridurre il tempo medio di attraversamento; (c) ridurre il tempo medio di attraversamento dei pezzi che arrivano alla risorsa 2 dall'esterno; (d) ridurre il tasso di pezzi scartati η_s ; (e) aumentare la produttività η_p .

Esercizio 2. Una ditta gestisce un sistema informatico costituito da tre siti web. Al sito (1) e al sito (2) si collegano in media $\lambda_1^{in} = 5$ e $\lambda_2^{in} = 2$ utenti/s dall'esterno del sistema. Al sito (3) non si può accedere direttamente dall'esterno.

Un utente collegato al sito (1), dopo aver svolto una transazione (cioè dopo essere stato servito) termina il collegamento con probabilità 0.8, mentre con probabilità 0.2 viene ridiretto al sito (2). Un utente collegato al sito (2), dopo aver svolto una transazione termina il collegamento con probabilità 0.5, mentre con probabilità 0.5 viene ridiretto al sito (3). Un utente collegato al sito (3), dopo aver svolto una transazione termina il collegamento con probabilità 0.9, mentre con probabilità 0.1 viene ridiretto al sito (1). In attesa di eseguire una transazione ad un sito, gli utenti attendono nella coda del sito di capacità infinita.

Si suppone di avere a disposizione tre server da allocare ai tre siti. Il server A è in grado di eseguire $\mu_A = 2.5$ transazioni/s. Il server B è in grado di eseguire $\mu_B = 8$ transazioni/s. Il server C è in grado di eseguire $\mu_C = 6$ transazioni/s.

- (a) Modellare questo processo come una rete aperta di code markoviane, indicando i tassi medi di servizio (per ora incogniti) dei tre siti come μ_1 , μ_2 e μ_3 . Sotto quali ipotesi, finora non menzionate, questo sistema può essere considerato markoviano? Classificare le singole risorse.
- (b) Discutere l'ergodicità di questo processo in funzione dei tre tassi μ_1 , μ_2 e μ_3 .
- (c) Allocare i tre server ai tre siti in modo da minimizzare il tempo medio di collegamento (cioè il tempo medio di attraversamento della rete) di un utente a regime.
- (d) Qual'è la probabilità che non vi siano clienti collegati al sistema informatico? Qual'è la probabilità che vi sia un solo cliente collegato al sistema informatico?
- (e) Il sito (3) contiene immagini JPEG protette da copyright e per ogni transazione (che consiste in un prelevamento di immagine) l'utente collegato paga 0.45 Euro. Quanto guadagna in un'ora la ditta da questo servizio?