

# Elementi di Analisi dei Sistemi

Seconda Prova Scritta - 1 giugno 2023

Alessandro Giua — giua@unica.it

**Esercizio 1. (11 punti)** È data la seguente funzione di trasferimento:

$$\text{(Testo A)} \quad W(s) = \frac{150s + 15}{s^2 + 6s + 5}, \quad \text{(Testo B)} \quad W(s) = \frac{20s + 20}{10s^2 + 51s + 5}.$$

- (a) (2 punti) Si riporti tale funzione in forma di Bode, indicando tutti i parametri che la caratterizzano.
- (b) (6 punti) Si tracci il diagramma di Bode di tale funzione.
- (c) (3 punti) Si discuta se tale sistema ammette risposta a regime permanente quando esso è soggetto ad un ingresso sinusoidale. Si determini per via analitica la risposta a regime conseguente all'ingresso

$$u(t) = 2 \cos(5t) \delta_{-1}(t).$$

**Esercizio 2. (8 punti)** La risposta forzata di un sistema lineare e stazionario all'ingresso

$$\text{(Testo A)} \quad u(t) = \delta_{-1}(t) \quad \text{(Testo B)} \quad u(t) = 2 \delta_{-1}(t)$$

vale

$$\text{(Testo A)} \quad y_f(t) = (1 - \cos(2t)) \delta_{-1}(t) \quad \text{(Testo B)} \quad y_f(t) = (4 - 4 \cos(t)) \delta_{-1}(t)$$

- (a) (3 punti) Si determini il modello ingresso-uscita di tale sistema.
- (b) (2 punti) Dall'analisi della funzione di trasferimento del sistema, si discuta come nella risposta forzata data possano identificarsi il termine  $y_{f.o}(t)$ , combinazione lineare dei modi del sistema, e il termine  $y_{f.p}(t)$  associato ai modi introdotti dall'ingresso.
- (c) (1 punto) Si tracci l'andamento qualitativo della risposta forzata.
- (d) (2 punti) Si discuta se tale sistema ammetta risposta a regime permanente e si valuti, se esiste, il termine di regime nella risposta forzata data. Tale analisi è consistente con il grafico tracciato al punto precedente?

**Esercizio 3. (13 punti)** È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

dove

$$\text{(Testo A)} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad C = [ -1 \quad \alpha ], \quad D = [0],$$

$$\text{(Testo B)} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix}, \quad C = [ -1 \quad \alpha ], \quad D = [0].$$

Tale rappresentazione dipende da un parametro incognito  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

- (a) (3 punti) Si determini la funzione di trasferimento di tale sistema e il corrispondente modello ingresso-uscita. Qual è l'ordine del modello in variabili di stato e quello del modello ingresso-uscita?
- (b) (3 punti) Si discuta se e come la stabilità BIBO di tale sistema possa dipendere dal parametro  $\alpha$ .
- (c) (7 punti) Assunto  $\alpha = 2$ , si determini l'evoluzione forzata dello stato  $x(t)$  e dell'uscita  $y(t)$  quando al sistema viene applicato il segnale di ingresso  $u(t) = 2 e^{-2t} \delta_{-1}(t)$ .