

Analisi dei Sistemi — Esercitazione 4

21 Novembre 2011

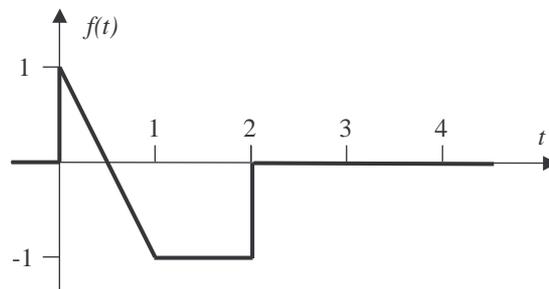
Esercizio 1. Calcolare la trasformata di Laplace delle seguenti funzioni del tempo:

a) $(1 + 4te^{3t}) \delta_{-1}(t)$

b) $7(t^2 + 1)^2 \delta_{-1}(t)$

c) $\cos(t + \frac{\pi}{3}) \delta_{-1}(t)$

Esercizio 2. Trasformare secondo Laplace la seguente funzione assegnata graficamente:



Esercizio 3. Antitrasformare le seguenti funzioni di s :

a) $F(s) = \frac{3s - 2}{s^3 - 4s^2 + 20s}$

b) $F(s) = \frac{5s^3 - 30s^2 + 55s - 30}{2s^3 + 12s^2 + 22s + 12}$ ($p_1 = -1$)

Esercizio 4. Il modello ingresso-uscita del circuito RLC studiato nella Esercitazione 2 vale:

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 4\frac{d}{dt}y(t) + 4y(t) = \frac{d}{dt}u(t),$$

dove $y(t)$ è la corrente [A] e $u(t)$ la tensione applicata [V]. Si determini mediante l'uso delle trasformate di Laplace l'uscita del sistema nelle stesse condizioni già studiate in Esercitazione 2, ossia a partire dalle condizioni iniziali

$$y_0 = y(t)|_{t=0} = 3, \quad y'_0 = \left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=0} = 1,$$

e supponendo che il segnale di ingresso valga

$$u(t) = \begin{cases} 3 & t \in [0, 1), \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Si indichi il termine che corrisponde all'evoluzione libera e alla evoluzione forzata e si tracci l'andamento di tali segnali.

Esercizio 5. Data la funzione $f(t) = (7e^{-2t}) \delta_{-1}(t) + \delta(t)$, si verifichi il teorema del valore finale e del valore iniziale.

Funzione del tempo		Trasformata di Laplace
Impulso unitario	$\delta(t)$	1
Gradino unitario	$\delta_{-1}(t)$	$\frac{1}{s}$
Rampa lineare	$t \delta_{-1}(t)$	$\frac{1}{s^2}$
Polinomiale	$\frac{t^k}{k!} \delta_{-1}(t)$	$\frac{1}{s^{k+1}}$
Esponenziale	$e^{at} \delta_{-1}(t)$	$\frac{1}{s - a}$
Seno	$\sin(\omega t) \delta_{-1}(t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
Coseno	$\cos(\omega t) \delta_{-1}(t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
Sinusoidale smorzata	$e^{at} \sin(\omega t) \delta_{-1}(t)$	$\frac{\omega}{(s - a)^2 + \omega^2}$
Cosinusoidale smorzata	$e^{at} \cos(\omega t) \delta_{-1}(t)$	$\frac{s - a}{(s - a)^2 + \omega^2}$
Rampa esponenziale (o cisoide)	$\frac{t^k}{k!} e^{at} \delta_{-1}(t)$	$\frac{1}{(s - a)^{k+1}}$