Analisi dei Sistemi — Esercitazione 7

9 Dicembre 2008

Esercizio 1. Si considerino i tre sistemi SISO lineari e stazionari descritti dalle seguenti funzioni di trasferimento:

$$W_1(s) = \frac{7}{s^2+1}; \qquad W_2(s) = \frac{s+2}{s^2-1}; \qquad W_3(s) = \frac{s+4}{(s+1)^2}.$$

(a) Si rappresentino i poli di ogni funzione sul piano di Gauss e si valuti la stabilità BIBO dei corrispondenti sistemi.

(b) Il sistema descritto dalla prima funzione non è BIBO stabile, come si è appurato al punto precedente. Si tracci per tale funzione il diagramma di Bode qualitativo dei moduli: non è necessario usare la carta semilogaritmica ma occorre tracciare il diagramma esatto e non limitarsi a quello asintotico. Sulla base del diagramma, è possibile indicare un ingresso limitato a cui consegue una risposta illimitata?

Esercizio 2. Si consideri il sistema descritto dalla seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -2x_1^2(t)x_2(t)+5 \\ \dot{x}_2(t) &= x_2(t)-1 \end{cases} \tag{1}$$

(a) Si discuta se tale sistema sia lineare/non lineare, autonomo/non autonomo.

(b) Si valutino i punti di equilibrio di tale sistema e li si rappresenti nello spazio di stato.

Esercizio 3. Si considerino i seguenti sistemi lineari, stazionari e autonomi descritti dal modello

$$\dot{x}(t) = A_i x(t), \qquad i = 1, ..., 4$$

dove la matrice di stato vale:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \qquad A_2 = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}, \qquad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}, \qquad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(a) Si calcolino gli stati di equilibrio e li si rappresenti nello spazio di stato.

(b) Si rappresentino gli autovalori di ogni matrice sul piano di Gauss e si stabilisca se gli stati di equilibrio precedentemente determinati sono stabili, instabili o asintoticamente stabili.

Esercizio 4. Si verifichi per mezzo del criterio di Routh la stabilità del sistema descritto dalla seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{s-2}{2s^5+2s^4+4s^3+12s^2+6s+4},$$

indicando il numero di poli a parte reale positiva, a parte reale nulla e a parte reale negativa.

Esercizio 5. Si verifichi per mezzo del criterio di Routh la stabilità del sistema descritto dalla seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{2s^2-3}{s^5+3s^4+2s^3+10s^2+(6+k)s+4}$$

indicando per ogni valore del parametro k il numero di poli a parte reale positiva, a parte reale nulla e a parte reale negativa.