

Analisi dei Sistemi — Esercitazione 8

12 Dicembre 2005

Esercizio 1. Si consideri il seguente sistema SISO lineare e stazionario

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (1)$$

- (a) Si valuti la stabilità asintotica di tale sistema.
- (b) Si valuti la stabilità BIBO e si spieghi la discrepanza tra le due proprietà.
- (c) Si valuti la controllabilità e l'osservabilità di tale rappresentazione.
- (d) Si spieghi se, data la funzione di trasferimento in forma minima, è possibile affermare subito che una delle due proprietà (controllabilità o osservabilità) non è verificata. In caso affermativo, si specifichi se è possibile stabilire a priori quale delle due non è verificata?
- (e) Si consideri ora il sistema

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2)$$

Si stabilisca, senza ricorrere al calcolo della matrice di controllabilità e osservabilità, se il sistema (2) è controllabile e osservabile.

- (f) Si verifichi che la funzione di trasferimento in forma minima relativa al sistema (2) è analoga a quella relativa al sistema (1).
- (g) Si valuti la controllabilità e l'osservabilità del sistema (2). Si spieghi se tale risultato è in contrasto con quanto visto al punto (e).

Esercizio 2. Si considerino i seguenti sistemi lineari, stazionari e autonomi descritti dal modello

$$\dot{x}(t) = A_i x(t), \quad i = 1, \dots, 4$$

dove la matrice di stato vale:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

- (a) Si calcolino gli stati di equilibrio.
- (b) Si stabilisca se tali stati di equilibrio sono stabili, instabili o asintoticamente stabili.

Esercizio 3. Si verifichi per mezzo del criterio di Routh la stabilità asintotica del sistema descritto dalla seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{s - 2}{2s^5 + 2s^4 + 4s^3 + 12s^2 + 6s + 4}.$$

Esercizio 4. Si verifichi per mezzo del criterio di Routh la stabilità asintotica del sistema descritto dalla seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{2s^2 - 3}{s^4 + 3s^4 + 2s^3 + 10s^2 + (6 + k)s + 4}$$

al variare del parametro k .