Analisi dei Sistemi

Soluzione del compito del 1 Ottobre 2005

Esercizio 1.

Il sistema (1) è lineare per $(\eta, \varrho) = (4, 1)$; ogni altra coppia di valori implica la non linearità.

Il sistema (2) è lineare per ogni valore dei parametri η, ϱ.

Esercizio 2.

(a) I valori di ϱ che non consentono di completare la tabella e richiedono particolare attenzione sono $\varrho = 0$ e $\varrho = 162/164$.

Detto n_- (risp., n_0 e n_+) il numero di poli a parte reale negativa (risp., nulla e positiva) vale

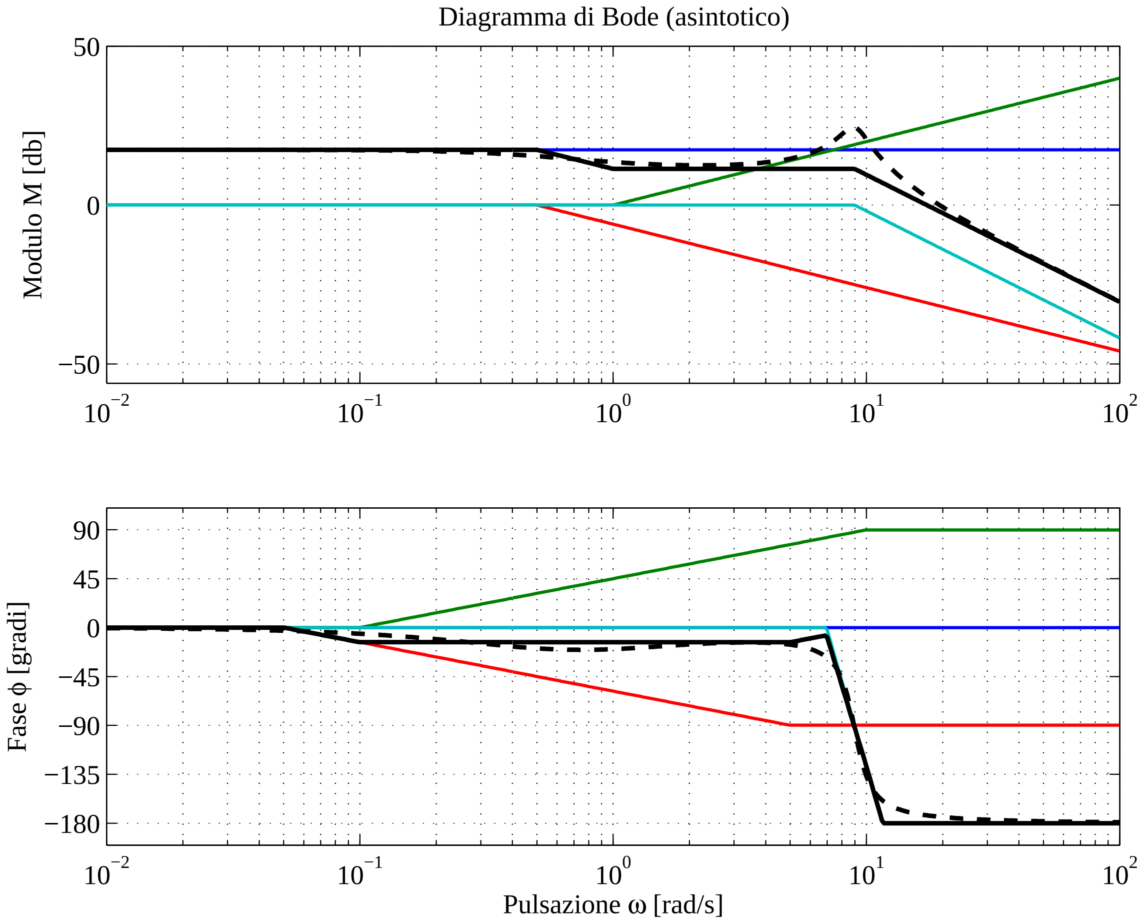
	n_-	n_0	n_+	
$\varrho = 0$	1	0	2	instabile
$0 < \varrho < 162/164$	1	0	2	instabile
$\varrho = 162/164$	1	2	0	limite di stabilità (instabile BIBO)
$\varrho > 162/164$	3	0	0	stabile

(b) La funzione di trasferimento in forma di Bode vale

$$W(s) = 7.4 \frac{s+1}{(1+2s)(1+2s/9+s^2/81)}$$

e ha i seguenti parametri:

Guadagno	$K = 7.4$	$K_{db} = 17$	
Numero poli nell'origine	$\nu = 0$		
Zero reale	$z = -1$	$\tau = 1$	$1/\lvert\tau\rvert = 1$
Polo reale	$p = -0.5$	$\tau = 2$	$1/\lvert\tau\rvert = 0.5$
Coppia di poli complessi	$p = -1 \pm j8.94$	$\omega_n = 9$	$\zeta = 0.11$
	$\omega_s = 7$	$\omega_d = 11.6$	$\Delta M_{db} = 13$



Esercizio 3.

(a) La matrice risolvente e la funzione di trasferimento valgono rispettivamente

$$(sI-A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{1}{(s+1)^2} \\ 0 & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}, \qquad W(s) = C(sI-A)^{-1}B = \frac{6}{(s+1)^2} = \frac{6}{s^2+2s+1}.$$

(b) La trasformata del segnale di ingresso vale $U(s) = 3/s$ e dunque le trasformate delle risposte forzate valgono

$$X_f(s) = (sI-A)^{-1}BU(s) = \begin{bmatrix} \frac{9}{s(s+1)^2} \\ \frac{9}{s(s+1)} \end{bmatrix}, \qquad Y_f(s) = W(s)U(s) = CX_f(s) = \frac{18}{s(s+1)^2}$$

e antitrasformando

$$x_f(t) = \begin{bmatrix} 9\,(1-e^{-t}-te^{-t}) \\ 9\,(1-e^{-t}) \end{bmatrix}, \qquad y(t) = 18\left(1-e^{-t}-te^{-t}\right).$$

(c) La funzione di trasferimento ha tutti i poli a parte reale negativa. Dunque per un ingresso a gradino la risposta forzata può sempre essere scomposta in un termine transitorio, che in questo caso vale $y_t(t) = -18\,(e^{-t}+te^{-t})$, e un termine di regime, che in questo caso vale $y_r(t) = 3\frac{b_0}{a_0} = 3\frac{6}{1} = 18$.