

Automazione Industriale

Esercitazione 1

9 Marzo 2007

Esercizio 1

Si estrae una carta a caso da un mazzo che ne contiene 52.

- (a) Si descriva lo spazio dei campioni quando
- (1) i semi non sono presi in considerazione,
 - (2) i semi sono presi in considerazione.
- (b) Sia A l'evento {è uscito un re} o semplicemente {re} e B l'evento {è uscito un picche} o semplicemente {picche}. Si descrivano gli eventi
- (1) $A \cup B$,
 - (2) $A \cap B$,
 - (3) $A \cup B'$
 - (4) $A' \cup B'$,
 - (5) $A - B$,
 - (6) $A' - B'$
 - (7) $(A \cap B) \cup (A \cap B')$,

dove A' e B' indicano il complemento di A e B , rispettivamente.

Esercizio 2 Una pallina è estratta in modo casuale da un'urna che contiene 6 palline rosse, 4 bianche e 5 azzurre. Si determini la probabilità che la pallina estratta sia

- (a) rossa,
- (b) bianca,
- (c) azzurra,
- (d) non rossa,
- (e) rossa o bianca.

Esercizio 3

Tre palline sono estratte successivamente da un'urna che contiene 6 palline rosse, 4 bianche e 5 azzurre. Si trovi la probabilità che esse siano nell'ordine rossa, bianca e azzurra quando

- (a) ciascuna pallina è rimessa nell'urna dopo l'estrazione,
- (b) *non* è rimessa nell'urna dopo l'estrazione.

Esercizio 4

Si trovi la probabilità che il 4 si presenti almeno una volta in due lanci di un dado non truccato.

Esercizio 5

Si consideri la variabile casuale discreta (X, Π) dove $X = \{1, 2, 3\}$ e la cui funzione di probabilità è data dalla seguente tabella

x_i	Π_i
1	0.5
2	0.2
3	0.3

Si calcoli per mezzo della funzione generatrice di probabilità, la media μ_X e la varianza σ_X^2 .

Esercizio 6

Si consideri la funzione triangolare

$$\Pi(x) = \begin{cases} cx & 0 \leq x \leq \bar{\tau} \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Per quale valore di c la funzione $\Pi(x)$ è una funzione densità di probabilità? Per tale valore di c si consideri la variabile casuale (\mathcal{R}_0^+, Π) e se ne tracci il grafico. Calcolarne la media e la varianza usando la definizione di queste grandezze. Quanto vale la probabilità $Pr(x \geq \bar{\tau}/2)$ che x sia maggiore o uguale a $\bar{\tau}/2$?

Esercizio 7

Si consideri il seguente processo stocastico. Si lancia un dado all'istante $\tau = 0$. Per ogni valore di $\tau \geq 0$, se esce il numero 1 o 6 all'istante τ , il dado viene rilanciato all'istante $\tau + 1$; se esce il numero 2, 3, 4 o 5 all'istante τ il dado viene lasciato per sempre nella posizione in cui si trova all'istante τ .

Descrivere la famiglia di variabili casuali $(X, \Pi(\tau))_{\tau \in \mathcal{N}}$ e calcolarne la media $\mu_X(\tau)$. Il processo è stazionario nella media? È ergodico? È indipendente?

Dare una possibile realizzazione di questo processo $x(\tau)$ durante i primi 9 istanti di tempo.

Calcolare le seguenti funzioni di probabilità congiunta: $\Pi_{2,6}(0, 1)$, $\Pi_{1,6}(0, 1)$.